



陈增敬：数学是与世界对话的方式

□ 本报记者 刘兰慧



陈增敬为学生讲解

□杨云霄 报道

小至亚原子世界的电子舞蹈，大到凤凰星云的运动华尔兹，近观人体曼妙的黄金分割，远思笛卡尔浪漫的心形函数；数学公式是经典与优雅的碰撞，也是理性与美感的交织……简单至极的几个符号，却能描绘自然万物隐藏的规律。

这是数学的承载力，也是其在陈增敬眼中的魅力。

在山大科创城的办公室，初见陈增敬，那种儒雅显现在他身上，和蔼的笑意，随和而温润——这个与数学相知近半个世纪的学者，在取得建立Chen-Epstein资产定价公式的成果后，仍保持着对数学的兴趣，并从兴趣出发，书写数学的快意人生。

作为山东大学教授，博士生导师，长江学者特聘教授，他多年来持续深耕金融学、倒向随机微分方程、计量经济学等领域，曾获得国家杰出青年科学基金、孙冶方经济科学奖、国家自然科学奖二等奖、全国五一劳动奖章和全国优秀科技工作者等荣誉及称号。

从勾股定理到Chen-Epstein资产定价公式

“数学家分两种：解答问题的人和构建理论的人……对于构建理论的人而言，数学上的至高成果是若干不可解的现象突然被光照亮般的理论。数学的成功不在于解答问题，而在于使问题不证自明。解开古老的问题不足为喜，当发现使古老的问题不值一提的新理论时，就会迎来光荣的瞬间。” Gian-Carlo Rota在《浑然一体的思想》中曾有过这样一番论述。

时间进度条拉回至2011年，第14届孙冶方经济科学奖颁奖大会在无锡举行，陈增敬获得了迄今为止中国经济学界的最高奖，这也标志着他在数学理论上的探索“迎来光荣的瞬间”。陈增敬有些与众不同：他是一位非经济学专业的数学教授；他的获奖论文是我国学者第一篇发表在国外经济期刊上的文章。这些特点，恰恰印证着陈增敬走过的独特学术道路。

他与数学最初结缘，还要从勾股定理谈起。

在长度单位统一的状态下，已知一个直角三角形，两条直角边长分别为3和4，斜边长多少？早在公元前11世纪，商高解答了这个问题。后来，魏晋时期的数学家刘徽析理以辞，解体用图，给出了古希腊方法之外第一份对勾股定理有记载的证明。他从三个正方形开始研究，以盈补虚，融汇古人阴阳调和的精髓，运用出入相补法，依照面积关系证明了勾股定理。

先辈数学家的智慧被一位民办教师运用到山东烟台的一堂数学课上，影响着年少的陈增敬，有了这颗种子，他的数学之树开始生根发芽、茁壮成长。

2002年，不惑之年的陈增敬成为第一个在经济学国际顶刊《Econometrica》（《计量经济学》）上发表文章的中国学者。“在经济学领域，划分风险和模糊的标准一直是一个世界性的科学难题。这篇名为《连续时间下的模糊、风险和资产回报》的论文，第一次在应用研究领域给出了划分风险和模糊的标准，将诺贝尔经济学奖获得者Lucas的理性期望资产定价模型发展为被称作Chen-Epstein的资产定价模型，解释了经济界著名的Ellsberg悖论。诺贝尔经济学奖得主Hansen在他的获奖演讲报告中称Chen-Epstein的资产定价模型是一个富有深刻见解的模型。诺贝尔经济学奖得主Sargent也在多篇论文中高度评价和引用了其成果。作为一名数学工作者，科研成果能被经济界同行所承认实属不易。

这篇文章的产生，也颇有戏剧性。1997年，彭实戈邀请美国著名经济学家、波士顿大学教授埃布斯坦在山大作关于“理性期望资产定价模型”的学术报告。陈增敬对报告的内容进行了预习，讲座过程中发现其中存在一些问题。埃布斯坦当时已是国际知名的学者和微观经济界的带头人，而陈增敬只是个还没毕业的博士生，况且他的英语很差。他最终鼓起勇气，大着胆子提出了自己的问题。埃布斯坦对他的意思却似懂非懂，约他下午单独谈。

“你是我真正意义上交流的第一个外国人。”陈增敬紧张地说。

埃布斯坦说：“英文不好就用笔写。”黑板越写越满，语言也逐渐由英文变成了汉字。陈增敬不再拘束，彼此的学术距离悄无声息地缩短。随着交谈的深入，埃布斯坦让他只用yes、no回答，后来彭实戈过来给他们当起了翻译。

当时埃布斯坦正在香港科技大学访学，他问陈增敬能否到香港去？“是彭老师替我说‘能’，我都没听懂这句话”，陈增敬笑着说。为期两周的香港访学让陈增敬大开眼界。埃布斯坦交给他6个题目。“埃布斯坦每天请我吃饭，吃完饭就开始讨论问题。一周快过去了，一个题也没解决。”一向自信的陈增敬有点儿无地自容。

有一个题当时陈增敬百思不得其解，终于鼓足勇气说，“你的问题不对，我可以举出反例。”埃布斯坦答道：“不对就对了，我的问题是加什么条件它就对？要是对话的话，还用你证吗？经济学的问题就是这样，这是我提的条件，其他的条件你可以再加。”陈增敬恍然大悟。

加上附加条件，陈增敬一下就把那道折磨自己近一周的问题解出来了。后来又接连解出2个，陈增敬长舒一口气。

一场短暂的学术共振，在陈增敬生命中留下长久余音。

这次“赶鸭子上架”的经历促成了他和埃布斯坦在资产定价和概率论（**极限定理**）研究领域多年的合作。更大的收获在于，他似乎摸到了做科研的“命门”。

后来，埃布斯坦到国际著名大学作报告，多次提到陈增敬对自己的研究有很大的促进，并以合作的结果为基础，在经济学领域写了一系列文章，这些成果奠定了他在该领域的学术领袖地位。他积极推荐陈增敬出国访学，为他写推荐信。时至今日，他们仍在持续深化合作。埃布斯坦年逾古稀，仍向后3个问题发起挑战，最近几年这3个问题陆续得到解决。埃布斯坦满怀喜悦地对陈增敬说：“我本想把你炼成一名经济学家，最后，没想到你把我炼成一名数学家了，你胜了。”

他们用20年的时间解决了六个问题，在金融界和数学界产生了重要影响，成为国际上研究不确定（Ambiguity）的学术带头人。他们的研究模型也被国际同行称为Chen-Epstein模型或Chen-Epstein资产定价公式。谈到何谓Chen-Epstein资产定价公式时，陈增敬这样解释：金融现象的最大特点是不确定，而研究不确定现象的数学工具主要是概率统计，概率统计的核心是正态分布，即自然界的很多现象服从中间高两头低规律，如学生的考试成绩一般服从很好的和很差的不多，而中游的比较大的规律。这个规律最早是数学家De Moiver在1733年发现的，后来高斯在研究测量误差时证明了这种分布的存在。著名数学家Kolmogorov等证明了自然界和社会科学界存在着大量的服从正态分布现象。因此，诺贝尔经济学奖获得者Lucas等都把正态分布作为资产定价的主要工具。然而，诺贝尔经济学奖获得者Allias提出Allias悖论和经济学家Ellsberg提出的著名Ellsberg悖论等说明了金融的很多现象并不遵守正态分布规律。因此，研究和发现新的资产定价理论和数学工具是金融界和数学界的一个多年难题。

经过多年研究，他们发现了在信息不对称的条件下，许多现象不再服从正态分布了：如果社会收入贫富差距很大时，金融市场不再遵守正态分布；单臂老虎机的收入可以是正态分布，但多臂老虎机的收入不再服从正态分布；在量子世界，正态分布几乎不存在。他们证明了如果在金融市场信息不完全的条件下，资产的价格服从非线性正态分布。以此为由，他们建立了新的资产定价公式，这个公式发展了金融理论，拓展了数学理论，是学科交叉的新理论，形成了Chen-Epstein模型。

“追求科学，需要特殊的勇敢。”陈增敬在数十年如一日的研究中，长久地践行着这句箴言。

经济学科的语言是数学

20世纪90年代，山东大学在全国率先开展了金融数学和密码数学研究。此时，国际

视野逐渐开阔的陈增敬意识到，无论数学、物理、化学，各个学科都有自己的思想、方法、语言，就像音乐，有自己独特的符号。唯独经济学科没有自己的语言，它的方法一直是数学的，这些认识为他进入金融数学领域打下了底子。

理论研究要推进的是知识和思想的广度拓展与深度思考，目标是无穷的远方。2007年，“973”计划——国家重大基础理论研究计划（**金融风险控制中的定量分析与计算**）即将结题。项目由彭实戈作为首席科学家，陈增敬负责第一课题“风险度量”。在他看来，这一项目在中国形成了研究金融数学的主流中坚力量，立起了“世界金融学的一面旗帜”，成为我国金融数学走在世界前沿的标志。

带着对金融数学的热爱和好奇，他在数学和金融两个世界穿梭，促使他在应用数学领域寻找到了一个相对满意的答案。

“科研成果不能只放在实验室里，必须拿出来创造社会价值。”他认为，科研成果只有真正广泛应用于产业，方能造福于社会。

大数据时代自有其“游戏规则”和“生存法则”。在金融领域形成了以巴塞尔委员会为代表的金融风险指标体系和信誉评价技术的格局，这些指标体系和评价技术是由西方国家根据他们的理论和实际情况设计的，不完全符合中国国情，如果用这些指标和技术评价我国的金融市场，则会出现“卡脖子”问题。

瞄准这一问题，陈增敬和他的团队深刻地意识到，要通过金融理论和金融科技创新等增加我国在国际上的话语权和标准制定权。在彭实戈的领导下，团队正在建立有利于我国发展的G-VaR、G-Spin、G-ET，克服西方国家VaR、Spin和ET的重大缺陷，促进我国经济的长远健康发展。《中国金融信创白皮书》的启动便是对中国缺乏指标体系的一次有效补充。

“自然科学的皇后是数学。”大数据时代，陈增敬对此有了正合时宜的思考：“许多原创性的技术来自基础科学，数学是实现基础科学产业化的重要手段和语言。发展原创性科技，数学大有可为。”谈及此处他更兴奋：“数学报效祖国的时候到了”。

“可以试试用现代金融产品的方式，解决民生问题。”陈增敬的这种社会责任感，让他建立起数学与现实世界之间一种自洽的联系。让数学助力科技发展，服务国家重大需求正是担任全国政协委员的陈增敬近几年来参政议政、建言献策的主要话题。

招远，陈增敬生于斯长于斯，家乡的风物成为他的“记忆密码”。生活在农业大省的陈增敬，关注点自然离不开山东的土地和农民。

农业靠“天”吃饭的特质使其生产经营不确定性较大，农业生产的风险很大程度上由农民承担，时常会出现“谷贱伤农”的问题，陈增敬探索用金融解决农民卖粮难题。“农业‘保险+期货’新模式是让农民将风险转嫁给市场共同承担，将农产品变为‘期货’，农民只需要安心种地即可，收获后总会有渠道销售。”将农产品订单设计成“农产品股票”，股票可以在市场买卖。农业“保险+期货”新模式的数学问题是什么？陈增敬解释：这里的数学问题是保险公司应该保产量、保价格还是保收入？不同的担保方式会产生不同的结果，需要数学计算。目前，这一模式已在山东多个区域开启试点。

“在履职中，通过与各行业交流和调研，我认识到很多问题都可以尝试用金融的思维、方法来解决，希望尽可能发挥专业优势履职尽责，为推动经济社会发展贡献自己的力量。”为国履职，为民尽责，陈增敬觉得肩上的担子更重了。

他将目光投向国家福利体系。2022年，陈增敬在《关于构建新型的国家福利体系的建议》的提案中提出“三横一纵”的“新型福利体系”，建议建立国家新型教育、就业、养老、医疗福利金融产品，通过金融产品实现投资主体多元化、服务对象公众化、运营方式市场化。

数学之美的核心便是在复杂的世界和简洁的表达之间建立令人惊叹的联系，近些年虚拟经济进入他的视野。

在他看来，“数字经济的最终目的之一是

实行产业智能化。如何实施智能化？逻辑上讲：智能化依赖于程序化，程序化依赖于模型化，模型化广义上讲依赖于公式化，公式化依赖于数理化的。”数据是材料，模型是图纸，算法是大脑，算力是动力。这四个方面的协同创新一定会产生一系列原创性和颠覆性成果，这些成果一旦被产业化和商业化必将产生一些颠覆性和引领性的新兴产业群。

万物互联时代，一切仍在香农公式、贝叶斯定理等数学公式的股掌之间。

着眼于青年和未来

数学是陈增敬深入世界的路径，借由数学他找到了和世界对话的方式。赓续六十年的思索，他的数学世界在近些年又是一番崭新的景象，他开始将精力更多地着眼于青年和未来。

今年，陈增敬将迎来62周岁生日。他操着一口胶东普通话告诉记者，自己在数学世界并无“退休”一说。“未来主要科研任务是在非线性期望理论的基础上进行量子计算、金融风险计算、机器学习领域的原创性科研。”

他兴致勃勃地向记者提问：多臂机器人在什么情况下效益最大？

正当记者苦思冥想时，他一笑：答案是4条腿。走路时迈1条腿，3条腿变成1个平面。如果是5条腿，4条腿不一定都在1个平面上，不够稳定。如果是3条腿，机器人走路需要蹦。他继续谈到了多臂老虎机的问题，在玩多臂老虎机时怎样收益最大？原来，近期他正在撰写一篇揭秘赌博机为何会赢的文章。

赌徒迷信的是运气，赌场相信的是数学。现代赌场程序的设计十分缜密，集中了概率论、统计学的数学知识。一个普通赌徒，只要长久赌下去，最终一定血本无归。一个痴迷于发财的赌徒永远不会明白，与自己对赌的不是运气，也不是庄家，而是狄利克雷、伯努利、高斯、纳什、凯利这样的数学大师，赢的概率能有多大？

对从事科学研究的人来说，除了兴趣，另一件非常重要的就是想法——因为有了想法才能有话题，有了问题才能解决问题。

日常生活中，很多自然和社会规律都可以用数学去验证。如果把数学当作游戏，从观察某种现象入手，借由思索以及动手验证找出某种规律，可以为社会发展服务。例如，熟悉多臂老虎机原理可以发展为多臂机器人服务，制作到海底挖矿作业的机器人。

求学阶段良好的师承和科研训练，让他受益终身，更让他十分重视教书育人。

1998年到法国读博士后之前，陈增敬在山东大学数学学院教了十年的概率论。不难想象，陈增敬的课堂是怎样一番情景：他温文尔雅又循循善诱，常常以辩证性极强的逻辑问题考验学生的脑力，用像“助产术”一般的手法给研究生带来无数次的头脑风暴。每当学生绞尽脑汁却无法看透问题时，陈增敬便以他的“神”之一手，让他们恍然大悟。

陈增敬既是2001年全国百篇优秀博士论文的作者，又是2005年全国百篇优秀博士论文的导师，在校内外传为佳话。陈增敬说当时是彭实戈老师帮助确定的论文课题“倒向随机方程与G期望”，而自己对这一问题尤其感兴趣。

科研团队的精神气质会传承，彭实戈的启发让他有了自己的数学“桥头堡”，开启了数学道路上的漫漫长征。成长于这个团队，如今又成为这个团队的领军人物之一，他同样影响着年轻团队。

1988年，陈增敬到山东大学数学学院任职。彼时，以彭实戈为旗帜的山东大学金融高级人才培养基地，自成立以来在金融数学理论和应用研究及承担课题方面取得了一批重要科研成果，并培养了一批金融风险量化分析和管理的的高级人才，他们因数学而产生了生命轨迹的交互。如今，金融的发展已经超过数学发展的速度，现有数学的理论已无法用来正确地解释复杂的金融现象。每一项课题都有大量未知的东西等待探索，每一点收获都与时代波澜紧密相关。因此，他格外注重对于青年人才的培养。

在陈增敬这里，没有“上课”“课程表”的概念，他认为课堂授课容易打压学生的学习积极性，师生之间进行思维的碰撞反而有很多启发。上课时间更无一定之规，随时想到问题随时把学生叫过来，采访前一天晚上他还和博士生讨论了量子游走问题。

在他眼中，每位学生都有属于自己的独特光芒，“因材施教”是他永远奉为圭臬的教育理念。学生的灵气在不同的地方，有的人对图敏感，有的人动手能力强……他勉励学生遇见难题要回归事物的本质，培养数学思维并掌握数学方法，他希望能有更多的年轻人于中脱颖而出，去挑战一些比较重要的问题。

数学一方面在人类文明史上享有巨大声望和荣誉，给文明带来发展的动力和手段，另一方面却也让更多人感到自卑。后一种结果当然不是数学本身的问题，甚至也不能怪那些学不好数学的人。数学是人类智慧的结晶，直接拿过来给孩子学习是困难的。中小学阶段的学生在没有培养出对数学的兴趣之前，常被一些“枯燥”表达方式所影响，慢慢地形成“数学很难学”“学数学一点意思都没有”的想法。目前的学生，学会了很多知识但是不会解决问题，教师授课也存在从课本到课本的问题，合理的教学方式应该是从发现实际问题到解决实际问题的。

一个在数学世界遨游的数学家，免不了经历着一番内心世界的困惑和探索。如何凭借自己的力量，重回到数学问题思考的正确轨道？陈增敬有自己的心得，生活在自然中间，到自然里去，穿行于路上的风景并沉醉其中。他始终保持着对体育和运动的兴趣和习惯。“俱怀逸兴壮思飞，欲上青天揽明月。”他说，数学家爱喝酒，喝完酒之后做题，第二天醒来发现全错了，爽朗的笑声之中全是洒脱。



视频请扫描二维码观看